



GUIA DO PROFESSOR FORMADOR NAVEMÁTICA



OBJETO DE APRENDIZAGEM NAVEMÁTICA¹

produzido por meio do uso da tecnologia *HostGator sites*, *Storyboard That*, Software *GeoGebra* e Aplicativo *Toontastic*.

¹ Produtoras: Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE) e Professora efetiva de Matemática da Secretaria de Educação do Estado do Ceará (SEDUC) – Gisele Pereira Oliveira; Doutora em Educação Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN) e Professora da Universidade Estadual do Ceará (UECE) – Ana Carolina Costa Pereira.
Apoio do Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM).



GUIA DO PROFESSOR FORMADOR

Navemática

UNIDADE(S) TEMÁTICA(S)

(Ensino Fundamental – Anos Finais) – Geometria.

(Ensino Médio) – Geometria e Medidas.

OBJETOS DE CONHECIMENTO

(Ensino Fundamental – Anos Finais) – Relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo.

(Ensino Médio) – Resolução de situações-problema com o cálculo de distâncias e alturas de lugares.

HABILIDADES

(Ensino Fundamental – Anos Finais) - (EF09MA10) Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de softwares de geometria dinâmica.

(Ensino Médio) - (EM13MAT307) Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

COMPETÊNCIA ESPECÍFICA

(1) Competência Específica de Matemática para o Ensino Fundamental: Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho (BRASIL, 2018, p. 267).

(3) Competência Específica de Matemática para o Ensino Médio: Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente (BRASIL, 2018, p. 535).

ASPECTOS GERAIS DO EXPERIMENTO

SINOPSE

Por meio das ações mediadas com o suporte do Objeto de Aprendizagem (OA) nomeado por Navemática, os alunos/professores participantes terão acesso às reflexões didáticas acerca da articulação da História da Matemática com o ensino. Nessa ocasião, possibilitaremos, a partir do uso do recurso, o diálogo entre a História da Navegação do século XVII e os conhecimentos geométricos deste século XXI.

OBJETIVOS DO EXPERIMENTO

Articular a História e o ensino de Matemática para a experimentação de conhecimentos geométricos por meio do recurso Navemática.

PRÉ-REQUISITOS

Noções de ângulo, arco da circunferência, ângulo central e medida de arco da circunferência.

TEMPO ESTIMADO (DURAÇÃO DO EXPERIMENTO)

8h/a

INTRODUÇÃO

Os recursos digitais podem favorecer a visualização de conhecimentos geométricos de difícil abstração e compreensão. Com isso, usaremos um Objeto de Aprendizagem (OA), que é um recurso educacional digital, de fácil utilização, produzido com finalidades para o ensino no decorrer de oito aulas.

O *Navemática* é um OA produzido com a pretensão de ser utilizado na formação de professores de Matemática que atuam no Ensino Fundamental – Anos Finais e/ou Ensino Médio e para alunos destes níveis de ensino, o qual se ampara em uma ambientação da navegação do século XVII, que nos conduz, por meio da Interface proposta por Saito (2016), à relação entre História e ensino.

MOTIVAÇÃO

Diante de estudos de História da Matemática, como os visualizados em Batista (2018), ao tratar de um documento histórico e um instrumento matemático usado na navegação do século XVII e por meio da possibilidade identificada em Saito (2016) de Interface entre História e ensino, visualizamos a oportunidade de, através do movimento do pensamento orientado em Pereira e Saito (2019), dialogar entre passado e presente, podendo identificar potencial no ensino dos conteúdos de cálculo de distâncias, alturas, noções de ângulos, ângulo central, arco de uma circunferência, área do setor circular e localização de pontos em uma reta.

INTENCIONALIDADE

O Objeto de Aprendizagem *Navemática* foi construído como recurso mobilizador e ressignificador de alguns conhecimentos aritméticos, geométricos e trigonométricos, utilizando a articulação entre História e ensino de Matemática para desenvolver uma aprendizagem significativa, mais evidentemente em torno de conceitos da Geometria, tendo nesse OA a diretividade para uso do aluno/professor participante, que será nortado pelo professor formador.

Além desse público, como já sinalizado, o recurso OA possui possibilidade e indicativos de adaptações para a Educação Básica, como para o Ensino Fundamental – Anos Finais e Ensino Médio. Dessa maneira, o OA pode estabelecer uma discussão à luz

da História da Matemática e do ensino de conceitos matemáticos, admitindo que novos conhecimentos podem emergir.

O EXPERIMENTO

Para realizar a prática com o uso do OA Navemática, são necessárias orientações iniciais do Professor Formador em relação aos elementos contextuais, epistemológicos e historiográficos percebidos em Batista (2018) sobre a navegação do século XVII, o tratado histórico *Chronographia Reportorio dos Tempos ...* e o instrumento náutico balhestilha, de Manoel de Figueiredo.

MATERIAL NECESSÁRIO

1. Objeto de Aprendizagem Navemática;
2. Folha do Aluno/Professor Participante.

ETAPAS PARA O DESENVOLVIMENTO DO EXPERIMENTO

MOMENTO DIDÁTICO 1

1ª Vivência: Inicialmente, o professor formador deverá realizar orientações iniciais de como planejou a prática por meio do uso do dispositivo indutor da aprendizagem e da emersão de conhecimentos matemáticos, o OA Navemática. Em seguida, o professor formador deverá conduzir uma discussão movida por intermédio de alguns questionamentos (todos reunidos).

1. O que considera ser um tratado histórico?
2. Já ouviu falar em instrumento matemático ou instrumento histórico? Justifique sua resposta.
3. O que acha que um tratado do século XVII pode vir a ter com o ensino de Matemática deste século XXI?
4. Já ouviu falar das matemáticas do século XVII? Em caso afirmativo, justifique. Em caso negativo, sinalize o que considera ser.
5. Para você, que conhecimentos faziam parte das matemáticas do século XVII?
6. Que diferenças avalia existir entre as matemáticas do século XVII e a Matemática deste século?

Observação: O professor formador deverá mediar os comentários a partir das perguntas geradoras, conduzindo estas gradativamente e percebendo como o diálogo se estabelece entre os alunos/professores participantes da formação. Esse momento é importante para compreender os conhecimentos prévios dos sujeitos acerca da abordagem e favorecer as ações a serem realizadas.

Apresentando o recurso: Nesta ocasião, o professor formador apresentará o OA Navemática para os alunos/professores participantes da formação, conduzindo-os a se familiarizarem com o mesmo, que será um dispositivo indutor de reflexões didáticas na articulação entre História e ensino de Matemática.

1º Passo: Iniciará com a apresentação do MENU do recurso, que possui as abas *Desbravando os sete mares*, *Refletindo em alto-mar* e *Navegando e Calculando*. Nesse sentido, deverá falar das intenções de cada uma das abas e que estas terão papéis pontuais em cada um dos períodos da formação (segue a descrição das intenções de cada aba para que o professor formador possa se familiarizar).

Figura 1 - Menu do OA – Navemática

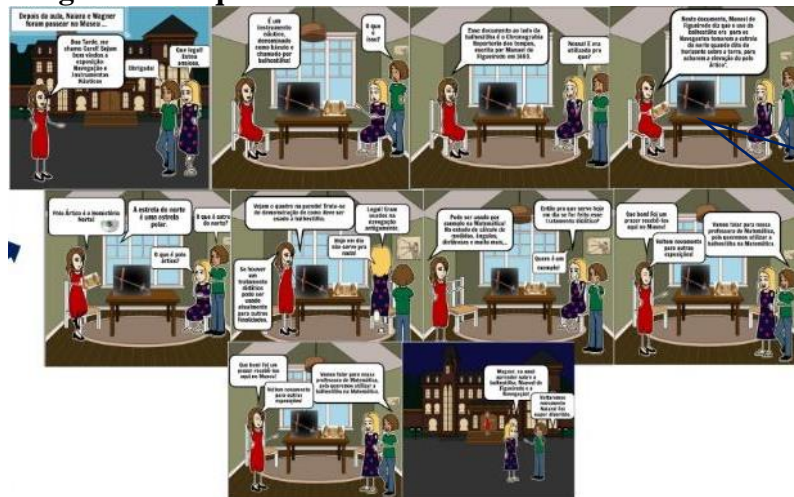


Fonte: Produzida pela autora.

Intenções das abas

Desbravando os sete mares: Essa aba foi estruturada para que os professores participantes possam se familiarizar com os elementos históricos abordados na formação e identificados no OA. Possui uma História em Quadrinhos (HQ)², que conta uma experiência que ocorreu em um museu, em uma exposição *Navegações e Instrumentos Náuticos*, narrando a história com os personagens Carol, Naiara e Wagner.

Figura 2 - Esquema da aba *Desbravando os sete mares*



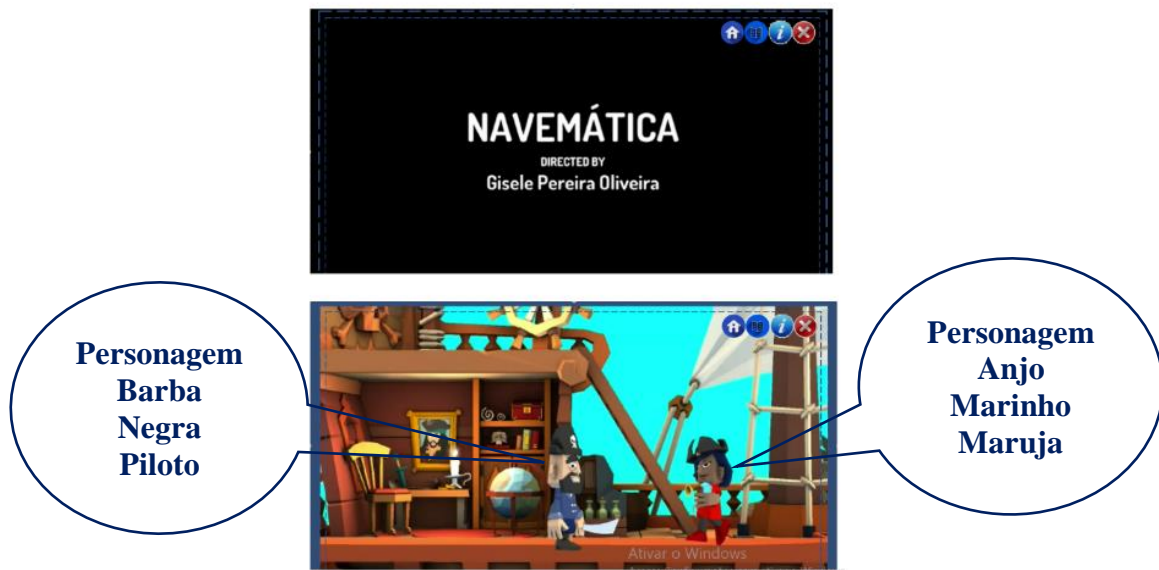
Fonte: Produzida pela autora.

Refletindo em alto-mar: Nessa aba, será visto um vídeo animado e interativo³, intitulado por *Navemática* também. Nessa ocasião, ocorre um diálogo entre dois personagens, Barba Negra e Anjo Marinho, no interior de um navio, sobre problemas e situações pertinentes ao contexto do período destacado em Batista (2018) na explanação do tratado e do instrumento usado.

² <http://navematica.com.br/desbravando.html>

³ <http://navematica.com.br/refletindo.html>

Figura 3 - Esquema da aba *Refletindo em alto-mar*

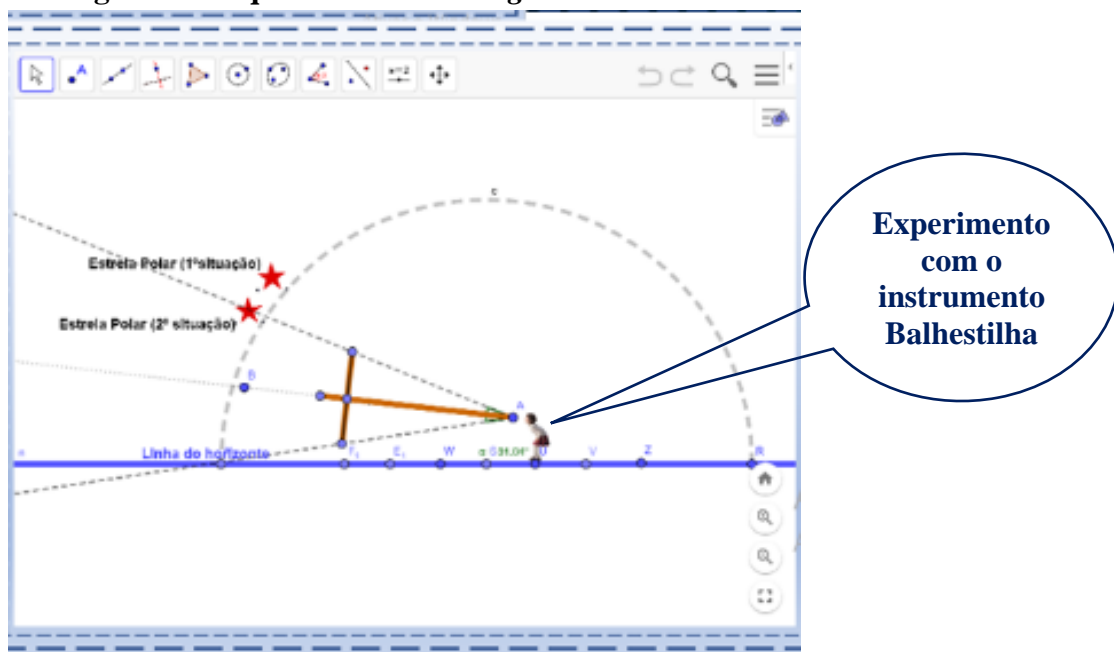


Fonte: Produzida pela autora.

Navegando e Calculando: Nessa aba, é visualizado um experimento prático/simulador⁴ com o instrumento balhестilha e que, por meio do uso da Folha do Aluno/Professor Participante, poderá ser manipulado para resolver a situação-problema proposta, que faz uso do cenário da navegação para promover o diálogo com elementos históricos do século XVII das navegações portuguesas, com a transposição destas para inserção em proposta de ensino de conceitos matemáticos. Novamente nessa aba, na narrativa, identificam-se os personagens Barba Negra (Piloto) e Anjo Marinho (Maruja) em busca de, a partir do uso do instrumento balhестilha (experimento digital simulador das funcionalidades do artefato), resolver e refletir sobre o problema vivenciado por eles.

⁴ <http://navematica.com.br/navegando.html>

Figura 4 - Esquema da aba *Navegando e Calculando*



Fonte: Produzida pela autora.

2º Passo (Fechamento): Após os questionamentos em torno de assuntos presentes na História da Matemática e a apresentação do OA Navemática, orienta-se que visitem o recurso e naveguem pelo mesmo, na expectativa de induzir, por meio do dispositivo OA, reflexões sobre este e sobre a articulação entre a História e o ensino de Matemática.

MOMENTO DIDÁTICO 2

2ª Vivência: Após o encontro inicial, com as ambientações e as familiarizações promovidas mediante os diálogos iniciais e a apresentação do Navemática, com a articulação entre a história da navegação do século XVII, subsidiada consoante as matemáticas do período, isto é, Aritmética, Geometria e Astronomia e o ensino de conceitos geométricos do século XXI, consoante Brasil (2018), a BNCC⁵.

Observação: O professor formador deverá, primeiramente, recapitular previamente como ocorreu o encontro formativo anterior, na intenção de remeter os sujeitos aos elementos anteriormente discutidos e conhecidos. Em seguida, deverá solicitar que os participantes se dividam em grupos, para visitarem juntos as abas do OA Navemática que

⁵ Base Nacional Comum Curricular.

possuem um caráter mais histórico, que são *Desbravando os sete mares* e *Refletindo em alto-mar*.

1º Passo: O professor formador orienta que os alunos/ professores participantes visitem as abas sinalizadas e discutam sobre o caráter de informações visualizadas nelas. Com base nos questionamentos:

1. Qual a natureza do conhecimento identificado nas abas *Conhecendo os sete mares* e *Refletindo em alto-mar*?
2. Que impressões desenvolveram a partir das informações apresentadas nessas abas?
3. Conseguem identificar as matemáticas do período: *Aritmética*, *Geometria* e *Astronomia*?
4. Que evidências visualizadas, nessas abas, apontam e justificam a natureza das matemáticas do século XVII de *Aritmética*, *Geometria* e *Astronomia* (assinalem trechos coletados)?
5. Em grupos, construam um texto breve de, no máximo, uma lauda, que componha os destaques e as reflexões estabelecidas pelos membros individualmente acerca desse recurso.

2º Passo: Diante das respostas destacadas em grupos mediante a manipulação do OA, o professor formador orientará que socializem o breve texto construído, para uma discussão maior entre todos sobre as anotações.

3º Passo: Fechamentos da ação e formalizações mediante diálogo.

MOMENTO DIDÁTICO 3

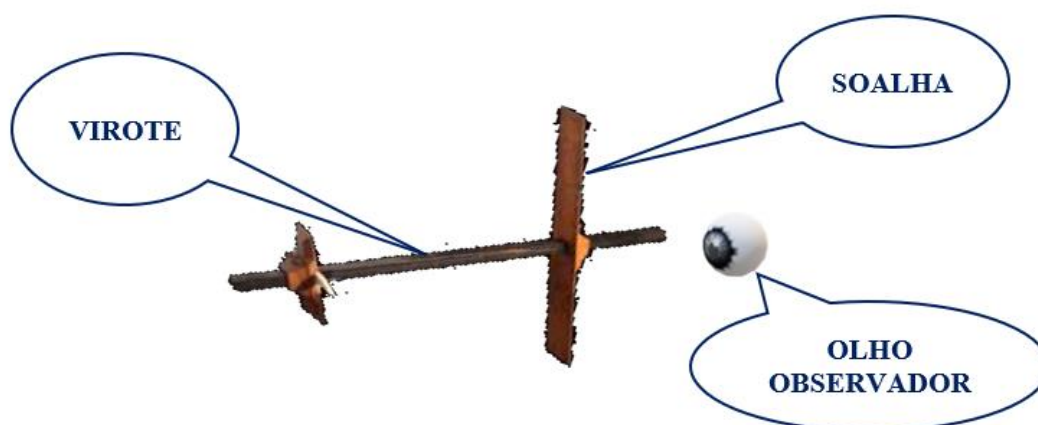
3ª Vivência: O professor formador deverá recapitular os encontros anteriores e dar seguimento às orientações desse terceiro momento de formação. Para tanto, deve sinalizar que todos os alunos/professores participantes se reúnam em grupos para manipularem a aba *Navegando e Calculando*, em seguida, sem lerem as situações-problema descritas na Folha do Aluno/Professor Formador, dirijam-se diretamente para o experimento.

1º Passo: Nesta ocasião, devem manipular o instrumento balhestilha digital, sem nenhuma apresentação das peças deste e de suas funcionalidades. Em duplas, busquem responder:

1. Que conhecimentos matemáticos conseguem visualizar na manipulação do experimento?
2. Como proporiam uma situação-problema usando esse recurso?

2º Passo: O professor formador orientará a socialização dos grupos sobre as perguntas reflexivas. Com base nisso, agora apresentará o instrumento histórico matemático balhestilha, as suas partes e a sua funcionalidade.

Figura 5 - Representação das partes da balhestilha



Fonte: Produzida pela autora.

3º Passo: O professor orientador deverá indicar que, em grupos, visitem a situação-problema na Folha do Aluno/Professor Participante na aba *Navegando e Calculando* e busquem resolver a mesma.

Situação: Um grupo de marujos navegava em alto-mar sob a liderança do piloto Barba Negra. Por causa da falta de precisão das cartas de marear, ocorreu um erro na rota marítima estabelecida, o que levou o navio a atingir uma montanha de gelo, um iceberg. E agora??? O que fazer?! A *nau* ficou comprometida e o piloto ferido e sem consciência. A maruja Anjo Marinho teve que agir rapidamente antes que a embarcação naufragasse, salvou a vida do Barba Negra, que ainda estava desacordado e pegou um pequeno bote, que possuíam a bordo, jogando-o em alto-mar. Juntamente com o bote, pegou uma agulha

náutica, um instrumento balhestilha e algumas cartas de marear. Diante dessa situação, passaram dois dias no bote perdidos, o Barba Negra e a Anjo Marinho, pois o piloto ainda estava inconsciente. A maruja recordava apenas que, na hora exata do acidente, Barba Negra comunicou a todos que estavam a uma distância angular entre a linha do horizonte e a Estrela Polar de 54° . Observe que, nos dois dias após o naufrágio, o bote ainda se movimentou e a Estrela Polar de referência também alterou sua localização. Sendo assim, qual a localização de Barba negra e Anjo Marinho em relação ao lugar do naufrágio?

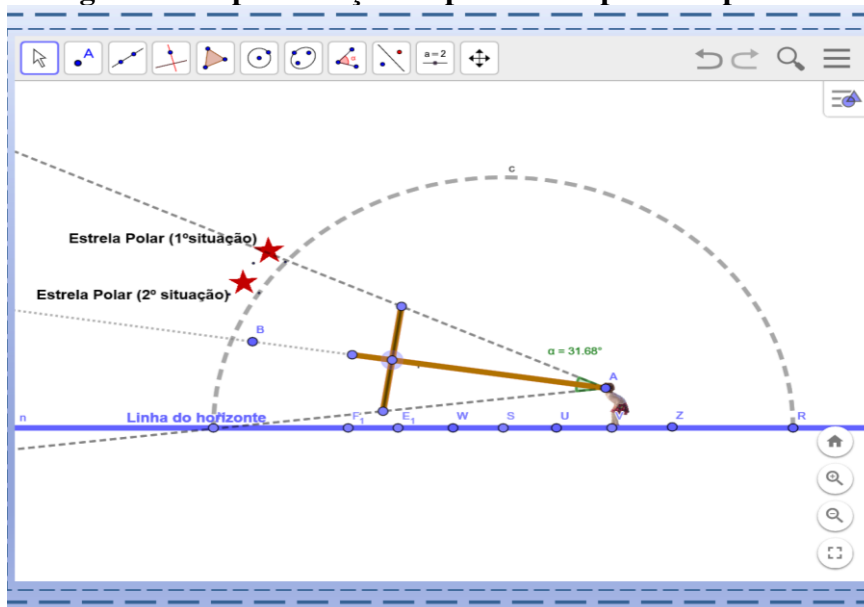
Verificando no experimento		Distância angular encontrada no instrumento	Local onde foi realizada a medição (ponto)
1ª situação (Estrela Polar)	1º dia		
2ª situação (Estrela Polar)	2º dia		

O professor formador orientará os alunos/professores participantes quanto à localização da maruja em um dos pontos no eixo x, verificando ao sinalizar as extremidades do instrumento em relação à estrela e à linha do horizonte.

Veja possíveis respostas:

Dia 1: Ponto V e $\alpha = 31,68^\circ$

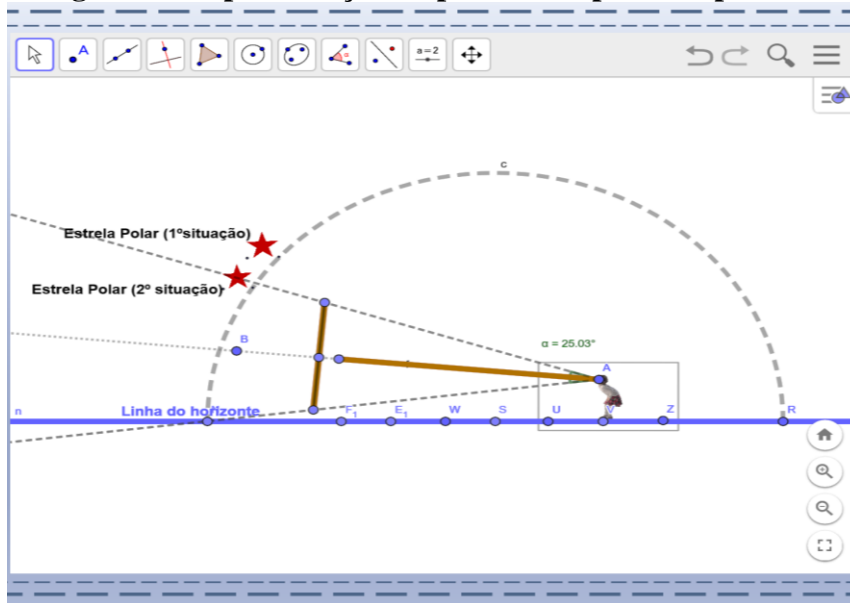
Figura 6 - Representação da possível resposta no ponto V



Fonte: Elaborada pela autora.

Dia 2: Ponto V e $\alpha = 25,03^\circ$

Figura 7 - Representação da possível resposta no ponto V

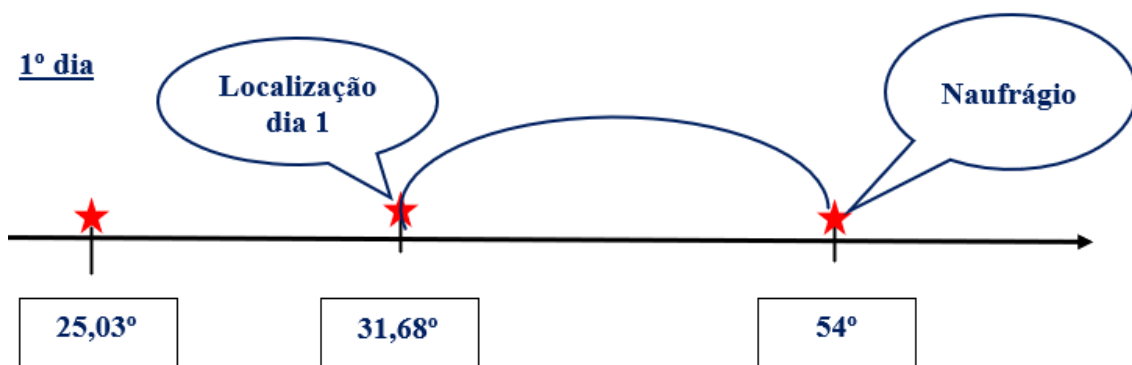


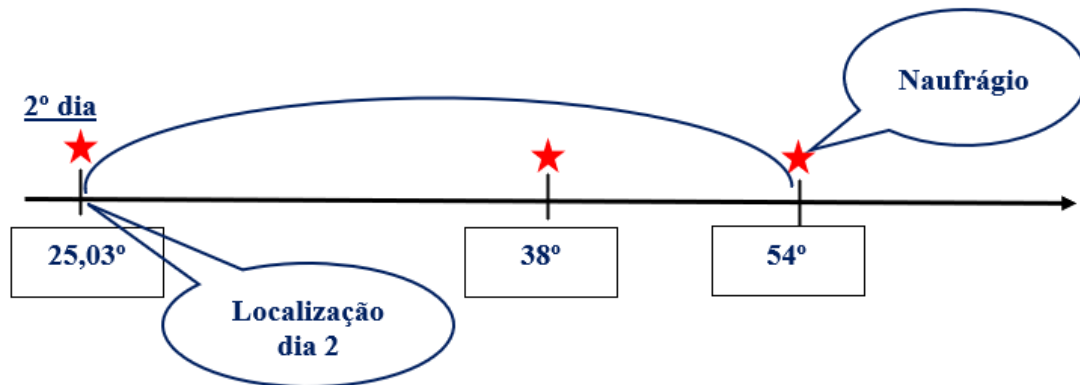
Fonte: Elaborada pela autora.

Resumo dos valores (distância angular encontrada no instrumento) e local da medição.

Verificando no experimento		Distância angular encontrada no instrumento	Local onde foi realizada a medição (ponto)
1ª situação (Estrela Polar)	1º dia	31,68°	V
2ª situação (Estrela Polar)	2º dia	25,03°	V

4º Passo: O professor formador deverá solicitar que todos os grupos apresentem suas medições e pontos de localização nos dois dias após o naufrágio. Com base nisso, deverão fazer uso da ordenação das distâncias angulares para identificarem a dupla que se aproximou mais do lugar do naufrágio em relação aos dois dias.





5º Passo: Após as discussões e a análise dos valores da distância angular, em qual dia esteve mais perto e longe do naufrágio? Explique:

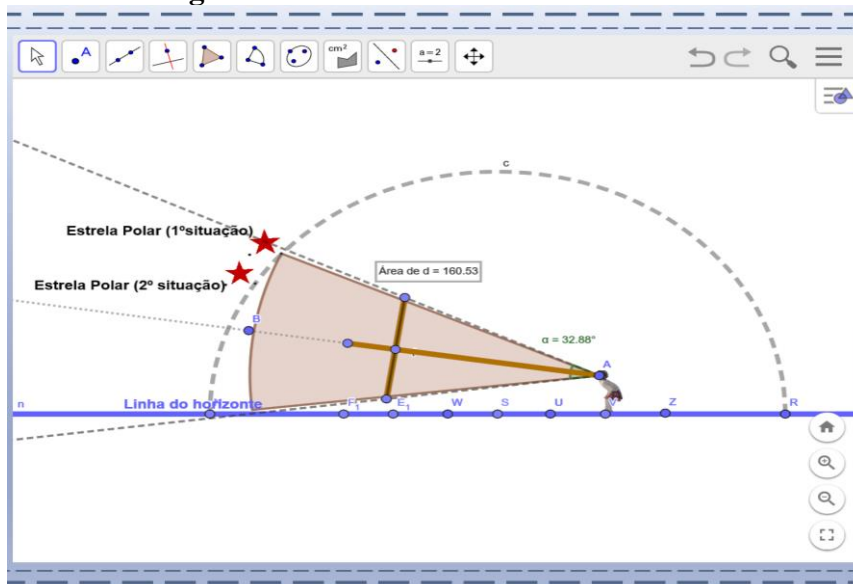
No primeiro dia, a variação foi menor, deslocando-se de 54° para $31,68^\circ$. Tendo um distanciamento de $22,32^\circ$.

6º Passo: Com base no dia de menor distanciamento do lugar do naufrágio, calcule a área do setor circular constituído pelo ponto de visualização do observador e as projeções dos pontos da soalha.

Inicialmente, o professor formador deverá orientar os participantes que selecionem, na barra de ferramentas do experimento, o ícone setor circular, constituindo este em relação ao olho do observador, da linha do horizonte e da Estrela Polar no 1º dia. Em seguida, devem clicar no ícone área da região constituída.

1º dia

Figura 8 - Área do setor circular – 1º dia

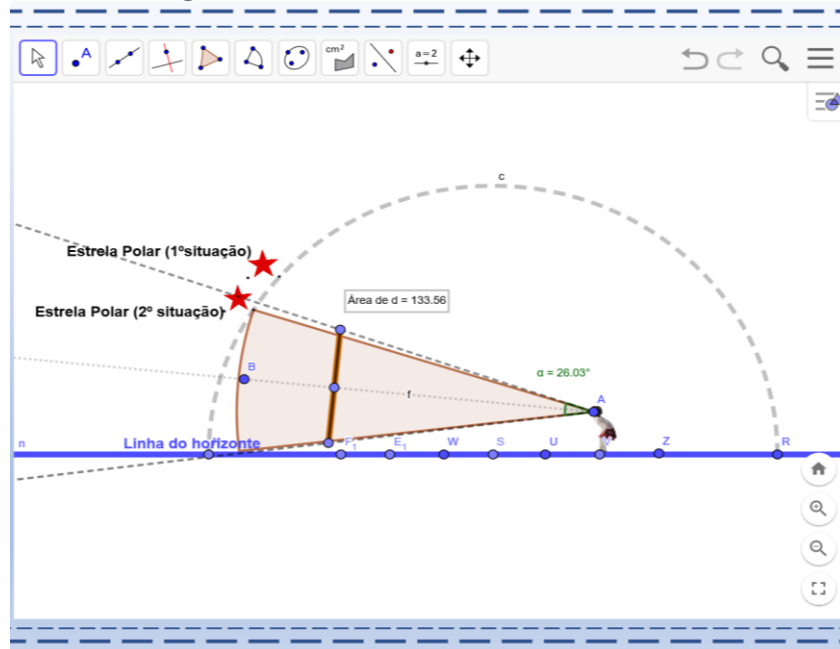


Fonte: Elaborada pela autora.

$$Asc = 160,53 \text{ u. a}$$

2º dia

Figura 9 - Área do setor circular – 2º dia



Fonte: Elaborada pela autora.

$$Asc = 133,56 \text{ u. a}$$

7º Passo: O professor formador deverá indagar os alunos/participantes sobre o motivo de a área do setor circular ser menor no segundo dia, que se refere ao momento de maior distância em relação ao lugar do naufrágio.

Possibilidade de reflexão:

No segundo dia, a área do setor circular é menor, pois quanto menor a abertura do setor, menor a área deste.

FECHAMENTO

Para o fechamento da sequência de vivências experimentadas na aula ou curso de formação de professores de Matemática, sugerimos ao professor formador que indague os participantes sobre quais conhecimentos matemáticos emergiram a partir do uso do OA Navemática.

VARIAÇÕES

A prática apresentada, neste guia, foi planejada em três momentos didáticos, para acontecerem no decorrer de oito horas-aulas de formação, direcionadas para professores de Matemática atuantes na Educação Básica, nos níveis de Ensino Fundamental – Anos Finais e Ensino Médio. No entanto, pode ser adaptada para ser realizada com alunos, mas, para isso, são necessárias algumas modificações em relação à abordagem do OA Navemática e às demais sequências didáticas.

REFERÊNCIAS

BATISTA, A. N. de S. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos incorporados e mobilizados na construção e no uso da balhestilha, inserida no documento Chronographia, Reportorio dos Tempos....** Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Fortaleza: Instituto Federação de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, 2018. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=6366541. Acesso em: 15 de junho de 2019.

BELTRAN, M. H. R.; SAITO, F.; TRINDADE, L. dos S. P. **História da Ciência para formação de professores.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação; Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC/ SEB, 2018. 600 p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental.** – Brasília: MEC/SEF, 1997. 142p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental.** Brasília: MEC / SEF, 1998. 148 p

FIGUEIREDO, M. de. **Chronographia, Reportorio dos tempos, no qual se contém VI. partes, f. dos tempos: esphera, cosmographia, e arte da navegação, astrologia rustica, e dos tempos, e 11 Guia do Professor Prática: A procura do destino correto com a balhestilha** pronosticação dos eclipses, cometas, e sementeiras. O calendário Romano, com os eclipses até 630. E no fim o uso, a fabrica da balhestilha, e quadrante gyometrico, com hum tratado dos relógios. Lisboa. 1603.

OLIVEIRA, S. de. **Arte de navegar.** Lisboa: Oficina de Pedro Crasbeeck. 1606.

SAITO, F. Construindo interfaces entre história e ensino da Matemática. **Revista Ensino da Matemática em Debate.** v.03, n.01, p. 03-19, 2016.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; SAITO, Fumikazu. A reconstrução do Báculo de Petrus Ramus na interface entre história e ensino de matemática. **Cocar,** Belém, v. 13, n. 25, p.342-372, abr. 2019.

SOUZA, G. C. de. Reflexões sobre aliança entre HM, TDIC e IM. *In:* SOUZA, G.C. (Org.). **Aliança entre História da Matemática e Tecnologias via Investigação Matemática: reflexões e práticas.** São Paulo. Editora Livraria da Física, 2020.